

Analisis Komprehensif Perhitungan Tinggi Hilal dan Matahari: Perspektif Toposentris dan Geosentris serta Perbandingan Hasilnya

1. Pendahuluan

Perhitungan ketinggian benda-benda langit, khususnya hilal (bulan sabit muda) dan Matahari, memegang peranan sentral dalam khazanah Ilmu Falak. Akurasi dalam menentukan ketinggian kedua objek ini tidak hanya fundamental bagi penelitian astronomi, tetapi juga memiliki implikasi praktis yang signifikan, terutama dalam konteks ibadah umat Islam. Penentuan awal bulan Qamariyah, seperti Ramadan, Syawal, dan Zulhijah, serta penetapan waktu-waktu shalat, sangat bergantung pada posisi geometris Matahari dan Bulan relatif terhadap horizon pengamat.¹ Seiring dengan perkembangan ilmu pengetahuan, kriteria-kriteria visibilitas hilal seperti kriteria MABIMS (ketinggian minimal 2 derajat, elongasi minimal 3 derajat, atau umur minimal 8 jam) dan kriteria Neo MABIMS (ketinggian minimal 3 derajat dan elongasi minimal 6,4 derajat) telah dikembangkan untuk memberikan panduan dalam penetapan tersebut, yang semuanya mensyaratkan perhitungan posisi yang presisi.³

Dasar dari perhitungan posisi ini terletak pada dua kerangka acuan utama: geosentris dan toposentris. Sistem geosentris mengacu pada perhitungan yang berpusat pada inti Bumi, sementara sistem toposentris mengambil perspektif pengamat yang berada di permukaan Bumi.⁴ Perbedaan fundamental antara kedua titik pandang ini menimbulkan berbagai efek fisis dan geometris yang harus diperhitungkan untuk mendapatkan posisi tampak (mar'i) benda langit secara akurat.

Artikel ini bertujuan untuk menyajikan analisis komprehensif mengenai teknik perhitungan ketinggian hilal dan Matahari, baik secara toposentris maupun geosentris. Fokus utama akan diberikan untuk menjawab pertanyaan krusial: **apakah hasil perhitungan ketinggian geosentris selalu lebih besar dibandingkan dengan hasil perhitungan ketinggian toposentris?** Pertanyaan ini, meskipun tampak sederhana, menyentuh inti dari transformasi koordinat dalam astronomi praktis dan memerlukan pembedahan mendalam terhadap berbagai faktor koreksi yang terlibat. Kompleksitas dalam penentuan awal bulan Qamariyah tidak hanya bersumber dari perbedaan metode antara hisab (perhitungan) dan rukyat (observasi), tetapi juga dari detail teknis dalam metode hisab itu sendiri, termasuk pemilihan sistem koordinat dan penerapan koreksi-koreksi yang relevan.² Adanya variasi dalam implementasi kriteria, seperti yang pernah terjadi pada kriteria MABIMS terkait basis elongasi (toposentris atau geosentris), menunjukkan betapa pentingnya pemahaman yang seragam

mengenai perbedaan antara kedua sistem ini.³ Dengan demikian, analisis yang mendalam diharapkan dapat memberikan kejelasan dan kontribusi positif bagi praktik Ilmu Falak.

2. Konsep Fundamental Sistem Koordinat Astronomi

Pemahaman yang solid mengenai sistem koordinat astronomi adalah prasyarat untuk memahami perbedaan antara perhitungan geosentris dan toposentris. Kedua sistem ini menyediakan kerangka kerja untuk mendefinisikan posisi benda langit, namun dengan titik acuan yang berbeda.

2.1. Sistem Koordinat Geosentris

Sistem koordinat geosentris menggunakan pusat massa Bumi sebagai titik referensi atau origin.⁴ Penting untuk ditekankan bahwa penggunaan istilah "geosentris" dalam konteks ini merujuk pada titik acuan koordinat, dan bukan pada model alam semesta geosentris (dengan Bumi sebagai pusat Tata Surya) yang telah lama ditinggalkan dalam astronomi modern.⁵

Dalam sistem geosentris, posisi benda langit umumnya dinyatakan menggunakan pasangan koordinat bola. Dua sistem yang paling umum adalah:

1. **Sistem Ekuatorial Geosentris:** Menggunakan Deklinasi (δ) dan Asensiorekta (α). Deklinasi adalah jarak sudut benda langit dari ekuator langit, diukur positif ke utara dan negatif ke selatan. Asensiorekta adalah jarak sudut yang diukur ke arah timur sepanjang ekuator langit dari titik Aries (vernal equinox) ke meridian benda langit tersebut.⁹
2. **Sistem Ekliptika Geosentris:** Menggunakan Lintang Ekliptika (β) dan Bujur Ekliptika (λ). Lintang ekliptika adalah jarak sudut benda langit dari bidang ekliptika, sementara bujur ekliptika diukur sepanjang ekliptika dari titik Aries.⁹

Data posisi fundamental benda langit, seperti yang ditemukan dalam efemeris astronomi, seringkali disajikan dalam koordinat geosentris.¹⁰ Ketinggian benda langit yang dihitung berdasarkan sistem ini, tanpa memperhitungkan efek atmosfer atau posisi pengamat di permukaan Bumi, sering disebut sebagai **tinggi hakiki** atau ketinggian geometris.¹²

2.2. Sistem Koordinat Toposentris

Berbeda dengan sistem geosentris, sistem koordinat toposentris menggunakan lokasi spesifik pengamat di permukaan Bumi sebagai titik referensi.⁴ Sistem ini secara langsung mendeskripsikan posisi benda langit sebagaimana tampak oleh pengamat di

lokasi tersebut.

Parameter utama dalam sistem koordinat horizon toposentris adalah:

1. **Ketinggian (h atau Alt):** Jarak sudut benda langit di atas atau di bawah horizon pengamat. Diukur dari 0° di horizon hingga 90° di zenit (titik tepat di atas kepala pengamat) atau -90° di nadir.
2. **Azimut (Az):** Arah horizontal benda langit, biasanya diukur dari titik Utara ke arah Timur sepanjang horizon, dari 0° hingga 360° .

Untuk melakukan perhitungan dalam sistem toposentris, informasi mengenai lintang geografis (ϕ) dan bujur geografis (λ) lokasi pengamat mutlak diperlukan.¹ Ketinggian yang diperoleh dari perhitungan toposentris, setelah memperhitungkan semua koreksi yang relevan, disebut sebagai **tinggi mar'i** atau ketinggian tampak.¹⁴

Perbedaan fundamental antara titik acuan pusat Bumi (geosentris) dan permukaan Bumi (toposentris) inilah yang menjadi sumber dari berbagai koreksi yang harus diterapkan ketika mentransformasikan posisi geosentris menjadi posisi toposentris. Sebagaimana dinyatakan dalam berbagai literatur, seorang pengamat di permukaan Bumi akan melihat objek-objek langit yang relatif dekat (seperti Bulan) dalam arah yang sedikit berbeda dibandingkan dengan pengamat hipotetis di pusat Bumi.¹⁰ Fenomena inilah yang melahirkan konsep paralaks. Meskipun data eferis fundamental seringkali bersifat geosentris¹⁰, aplikasi praktisnya untuk pengamatan di permukaan Bumi, seperti rukyatul hilal atau penentuan waktu shalat, selalu memerlukan konversi ke sistem toposentris dengan memperhitungkan semua efek lokal.¹⁷

3. Perhitungan Ketinggian Geosentris (Hakiki) Benda Langit

Ketinggian geosentris, atau sering disebut tinggi hakiki (h_{geo}), merepresentasikan ketinggian sudut sebuah benda langit di atas horizon ideal seorang pengamat yang diasumsikan berada di pusat Bumi. Perhitungan ini murni bersifat geometris dan tidak memperhitungkan efek-efek fisis seperti refraksi atmosfer atau pergeseran paralaktik akibat posisi pengamat di permukaan Bumi.

Metodologi umum untuk menghitung ketinggian geosentris melibatkan penggunaan rumus-rumus trigonometri bola. Data input utama yang diperlukan adalah:

1. **Deklinasi benda langit (δ):** Diperoleh dari data ephemeris untuk waktu pengamatan yang diinginkan.
2. **Lintang geografis pengamat (ϕ):** Meskipun pengamat diasumsikan di pusat Bumi, lintang geografis lokasi tetap digunakan sebagai referensi untuk

mendefinisikan bidang horizon lokal.

3. **Sudut waktu benda langit (t):** Sudut waktu adalah selisih antara Asensio rekta meridian lokal (atau Waktu Sideris Lokal, LST) dan Asensio rekta benda langit ($t = \text{LST} - \alpha$). Sudut waktu juga dapat dihitung dari waktu pengamatan dan bujur geografis.

Rumus dasar yang digunakan untuk menghitung ketinggian geosentris adalah 1:

$$\sin h_{\text{geo}} = \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos t$$

Dari rumus ini, nilai h_{geo} dapat diperoleh dengan menggunakan fungsi arcsin.

Proses perhitungan ketinggian geosentris untuk Matahari dan Bulan (hilal) pada dasarnya serupa. Perbedaannya terletak pada data deklinasi (δ) dan sudut waktu (t) yang spesifik untuk masing-masing benda langit, yang harus diperoleh dari tabel ephemeris atau perangkat lunak astronomi pada tanggal dan waktu yang relevan.¹⁹ Perhitungan ketinggian hilal secara geosentris memang mengasumsikan pengamat berada di pusat Bumi.¹³

Ketinggian geosentris ini berfungsi sebagai nilai dasar atau "posisi sejati" teoretis sebelum dipengaruhi oleh faktor-faktor yang berkaitan dengan pengamat di permukaan Bumi dan atmosfer Bumi.⁴ Akurasi data ephemeris (seperti deklinasi dan asensio rekta untuk Bulan dan Matahari) menjadi sangat fundamental. Kesalahan kecil dalam data ephemeris akan secara langsung merambat dan menghasilkan kesalahan dalam perhitungan ketinggian geosentris, yang pada gilirannya akan mempengaruhi keakuratan perhitungan ketinggian toposentris.¹ Oleh karena itu, penggunaan sistem ephemeris kontemporer yang memiliki akurasi tinggi sangatlah dianjurkan.

4. Perhitungan Ketinggian Toposentris (Mar'i) Benda Langit

Ketinggian toposentris, atau tinggi mar'i (h_{topo}), adalah ketinggian sudut benda langit sebagaimana tampak oleh pengamat dari lokasi spesifik di permukaan Bumi. Untuk mentransformasikan ketinggian geosentris (h_{geo}) menjadi ketinggian toposentris (h_{topo}), serangkaian koreksi krusial harus diterapkan. Koreksi-koreksi ini memperhitungkan efek geometris akibat posisi pengamat di permukaan Bumi (paralaks) dan efek fisis akibat keberadaan atmosfer Bumi (refraksi), serta faktor-faktor lain seperti ketinggian pengamat di atas permukaan laut (dip horizon) dan ukuran sudut benda langit (semi-diameter).

4.1. Koreksi-Koreksi Krusial dalam Perhitungan Toposentris

4.1.1. Paralaks Diurnal (P)

Paralaks diurnal adalah perbedaan arah tampak sebuah benda langit jika dilihat dari suatu titik di permukaan Bumi dibandingkan jika dilihat dari pusat Bumi.¹⁰ Efek ini

disebut "diurnal" karena rotasi harian Bumi menyebabkan posisi pengamat terus berubah relatif terhadap benda langit, sehingga sudut paralaks juga berubah sepanjang hari. Penyebab utama paralaks adalah jarak pengamat di permukaan Bumi dari pusat Bumi (efektifnya, radius Bumi, r_E) yang cukup signifikan jika dibandingkan dengan jarak benda langit yang relatif dekat, seperti Bulan.¹⁰

- Paralaks Horizontal (HP): Ini adalah nilai paralaks maksimum yang terjadi ketika benda langit berada tepat di horizon pengamat (ketinggian tampak 0°). Rumus untuk paralaks horizontal adalah 10:

$$HP = \arcsin(d_E / r_E)$$

di mana r_E adalah radius Bumi dan d_E adalah jarak dari pusat Bumi ke pusat benda langit. Untuk Bulan, HP bisa mencapai sekitar 1° (atau 60 menit busur) 10, sedangkan untuk Matahari, nilainya jauh lebih kecil, sekitar 8.8 detik busur. 10 Untuk bintang dan planet-planet jauh, efek paralaks diurnal ini dapat diabaikan karena d_E mereka sangat besar. 10

- Paralaks pada Ketinggian (p atau Palt): Ini adalah koreksi paralaks yang diterapkan ketika benda langit berada pada ketinggian tertentu di atas horizon. Secara umum, nilai koreksi paralaks (P_{koreksi}) dapat diaproksimasi dengan:

$$P_{\text{koreksi}} \approx HP \times \cos(h_{\text{awal}})$$

di mana h_{awal} bisa berupa ketinggian geosentris atau ketinggian toposentris awal sebelum koreksi paralaks penuh. 18 Rumus yang lebih presisi, seperti yang diberikan oleh beberapa sumber, adalah $p = \arcsin(\sin(HP) \times \cos(H_{\text{topo}}))$. 10

Pengaruh utama dari paralaks diurnal adalah menyebabkan benda langit tampak **lebih rendah** di langit dibandingkan dengan posisi geosentrisnya.¹² Oleh karena itu, untuk mendapatkan ketinggian toposentris dari ketinggian geosentris, koreksi paralaks ini umumnya **dikurangkan** dari ketinggian geosentris: $h_{\text{setelah_paralaks}} = h_{\text{geosentris}} - P_{\text{koreksi}}$. Beberapa sumber, seperti ¹⁰ dan ¹⁰, mendefinisikan sudut paralaktik p sebagai $p = H_{\text{topo}} - H_{\text{geo}}$, yang menyiratkan $H_{\text{topo}} = H_{\text{geo}} + p$. Namun, jika p di sini adalah nilai absolut dari pergeseran sudut, maka untuk mendapatkan H_{topo} dari H_{geo} , koreksinya adalah pengurangan. Mayoritas literatur falak konsisten bahwa paralaks membuat objek tampak lebih rendah, sehingga $H_{\text{topo}} = H_{\text{geo}} - P_{\text{koreksi}}$.¹² Pernyataan dalam ²² yang menyebutkan tinggi toposentris didapat dengan *menambahkan* koreksi paralaks pada tinggi geosentris kemungkinan merupakan kesalahpahaman atau penggunaan definisi yang berbeda dan bertentangan dengan konsensus umum serta prinsip geometris paralaks.

Besarnya efek paralaks sangat bergantung pada jarak benda langit. Inilah sebabnya paralaks sangat signifikan untuk Bulan yang relatif dekat, kurang signifikan untuk Matahari, dan dapat diabaikan untuk bintang-bintang yang sangat jauh.¹⁰ Implikasinya,

dalam perhitungan tinggi Matahari toposentris, koreksi paralaks akan memiliki dampak yang jauh lebih kecil dibandingkan pada perhitungan tinggi Bulan.

4.1.2. Refraksi Atmosfer (R)

Refraksi atmosfer adalah fenomena pembelokan berkas cahaya dari benda langit ketika melewati lapisan-lapisan atmosfer Bumi yang memiliki densitas optik berbeda-beda.¹² Saat cahaya bintang atau planet memasuki atmosfer Bumi, ia melambat dan membengkok ke arah garis normal (garis tegak lurus terhadap permukaan lapisan atmosfer).

Pengaruh utama dari refraksi atmosfer adalah menyebabkan benda langit tampak **lebih tinggi** di langit dari posisi geometrisnya (yaitu, posisi setelah dikoreksi paralaks).¹² Efek refraksi ini paling besar ketika benda langit berada di dekat horizon, di mana berkas cahaya harus melewati lapisan atmosfer yang lebih tebal. Pada ketinggian 0° (horizon), refraksi standar adalah sekitar 34 hingga 35 menit busur.¹² Nilai refraksi berkurang dengan cepat seiring meningkatnya ketinggian benda langit, dan menjadi nol di zenit.

Terdapat berbagai model dan rumus empiris untuk menghitung besarnya koreksi refraksi. Salah satu rumus yang umum digunakan adalah yang bergantung pada ketinggian tampak awal (happ):

Sebagai contoh, 19 dan 19 menyebutkan rumus seperti:

$R = 0.0167 / \tan(happ + 7.31 / (happ + 4.4))$ (dengan happ dalam derajat).

Koreksi refraksi (R) ini kemudian ditambahkan pada ketinggian yang telah dikoreksi paralaks.

Penting untuk dicatat bahwa refraksi bekerja berlawanan arah dengan paralaks terhadap ketinggian tampak. Jika paralaks cenderung menurunkan posisi tampak benda langit relatif terhadap posisi geosentrisnya, refraksi justru menaikkannya. Interaksi antara kedua efek inilah yang menjadi salah satu kunci untuk menjawab pertanyaan utama mengenai perbandingan antara ketinggian geosentris dan toposentris. Selain itu, ketidakpastian dalam model refraksi, yang sangat bergantung pada kondisi atmosfer lokal seperti temperatur, tekanan, dan kelembaban (yang seringkali tidak diketahui secara pasti), dapat menjadi sumber ketidakakuratan dalam perhitungan ketinggian toposentris, terutama untuk objek-objek yang sangat rendah di atas ufuk, seperti hilal saat pertama kali dirukyat.¹⁹

4.1.3. Semi-diameter Benda Langit (SD)

Semi-diameter adalah setengah dari diameter sudut piringan benda langit (Matahari atau Bulan) sebagaimana tampak dari Bumi.¹² Koreksi ini menjadi relevan ketika kita perlu menentukan posisi tepi atas atau tepi bawah benda langit, bukan hanya pusatnya. Misalnya, saat Matahari terbenam, yang diamati adalah terbenamnya tepi

atas piringan Matahari.

Dalam konteks perhitungan tinggi hilal, acuan standar astronomi umumnya adalah pusat piringan Bulan.¹² Data ephemeris untuk posisi Bulan biasanya merujuk pada pusat geometrisnya. Jika tujuan perhitungan adalah untuk mendapatkan ketinggian pusat hilal, maka koreksi semi-diameter mungkin tidak perlu ditambahkan atau dikurangkan secara eksplisit dalam rantai transformasi dari geosentris ke toposentris, asalkan semua perhitungan konsisten menggunakan acuan pusat. Namun, jika yang dimaksud adalah ketinggian tepi tertentu dari sabit, maka SD harus diperhitungkan. Beberapa formulasi, seperti $h_o = h - P_b + SDb$ ¹⁹, menyertakan SD. Jika h adalah tinggi pusat, penambahan SDb akan memberikan tinggi tepi atas. Untuk tinggi pusat, SDb tidak diperlukan di sini. Terdapat argumen kuat bahwa untuk konsistensi, perhitungan tinggi mar'i seharusnya merujuk pada pusat piringan, dan koreksi SD hanya diterapkan jika secara spesifik ingin mengetahui posisi tepi.¹²

Konsistensi dalam penggunaan titik referensi (pusat, tepi atas, atau tepi bawah) sangatlah krusial. Ketidakkonsistenan dapat menyebabkan perbedaan hasil yang signifikan, terutama untuk Bulan yang memiliki semi-diameter cukup besar (sekitar 15-17 menit busur).

4.1.4. Dip Horizon (Kerendahan Ufuk - D)

Dip horizon, atau kerendahan ufuk, adalah sudut antara horizon geometris (bidang horizontal yang melalui mata pengamat) dan horizon tampak (garis pertemuan antara langit dan permukaan Bumi/laut yang terlihat).¹² Efek ini timbul karena ketinggian pengamat di atas permukaan laut. Semakin tinggi posisi pengamat, semakin rendah horizon tampak terlihat.

Pengaruh dip horizon adalah menyebabkan ketinggian benda langit tampak sedikit lebih tinggi relatif terhadap horizon tampak tersebut. Dengan kata lain, karena horizon tampak lebih rendah, objek pada ketinggian tertentu akan tampak memiliki sudut yang lebih besar terhadap horizon tersebut. Koreksi dip (D) biasanya ditambahkan pada ketinggian yang telah dikoreksi paralaks dan sebelum refraksi, atau diperhitungkan saat membandingkan dengan hasil pengamatan. Rumus umum untuk menghitung dip (dalam menit busur) adalah 12:

$D \approx 1.76 \times \text{ketinggian tempat dalam kaki}$

atau

$D \approx 0.0293 \times \text{ketinggian tempat dalam meter}$ (hasil dalam derajat, perlu dikonversi ke menit busur jika diperlukan).

Efek dip signifikan untuk pengamat yang berada di lokasi tinggi, seperti di puncak gunung, tetapi relatif kecil dan seringkali dapat diabaikan untuk pengamat yang berada di dekat permukaan laut.¹⁸ Pemilihan lokasi rukyatul hilal di tempat yang tinggi

dapat sedikit meningkatkan peluang visibilitas karena efek dip ini, meskipun peningkatannya biasanya hanya beberapa menit busur.

4.2. Metodologi Perhitungan Ketinggian Toposentris (Mar'i) Final

Secara umum, perhitungan ketinggian toposentris final (h_{topo}) dari ketinggian geosentris (h_{geo}) mengikuti langkah-langkah berikut (urutan bisa sedikit bervariasi tergantung pada konvensi, namun efek kumulatifnya yang penting):

1. **Mulai dengan Ketinggian Geosentris (h_{geo}):** Dihitung menggunakan rumus trigonometri bola dari data ephemeris.
2. **Koreksi Paralaks (P):** $h_1 = h_{\text{geo}} - P$. Paralaks selalu mengurangi ketinggian tampak relatif terhadap posisi geosentris.
3. **Koreksi Dip Horizon (D):** $h_2 = h_1 + D$. Dip (jika didefinisikan sebagai nilai positif yang ditambahkan) meningkatkan ketinggian tampak karena horizon yang lebih rendah.
4. **Koreksi Refraksi Atmosfer (R):** $h_{\text{topo}} = h_2 + R$. Refraksi meningkatkan ketinggian tampak.
5. **Koreksi Semi-diameter (SD):** Diterapkan jika yang diinginkan adalah ketinggian tepi atas atau bawah, bukan pusat. Untuk ketinggian pusat ke pusat, koreksi ini tidak diperlukan pada tahap ini.

Sehingga, rumus ringkas yang sering digunakan (dengan asumsi acuan pusat dan D sebagai penambah ketinggian) adalah:

$$h_{\text{topo}} \approx h_{\text{geo}} - P + D + R$$

Berbagai sumber, seperti 19 dan 19, menyajikan urutan perhitungan yang sangat detail, terutama untuk hilal, yang melibatkan interpolasi data ephemeris pada waktu spesifik (misalnya, saat Matahari terbenam) sebelum menerapkan koreksi-koreksi ini.

Untuk memberikan gambaran yang lebih jelas mengenai peran masing-masing koreksi, berikut disajikan tabel ringkasan:

Tabel 1: Ringkasan Koreksi dalam Perhitungan Ketinggian Toposentris

Nama Koreksi	Definisi Singkat	Penyebab Utama	Efek Umum terhadap Ketinggian Tampak (dari h_{geo} atau $h_{\text{intermediate}}$)	Perkiraan Magnitudo Tipikal (dekat horizon)
Paralaks Diurnal	Perbedaan arah	Jarak pengamat	Menurunkan	Bulan:

(P)	tampak benda langit antara pengamat di permukaan Bumi dan di pusat Bumi.	dari pusat Bumi (radius Bumi) relatif terhadap jarak benda langit.		$\sim 50'-60'$. ¹² Matahari: $\sim 0.15'$ (8.8"). ¹⁰
Refraksi Atmosfer (R)	Pembelokan cahaya benda langit saat melewati atmosfer Bumi.	Perbedaan densitas lapisan atmosfer Bumi.	Menaikkan	$\sim 34'-35'$ pada horizon. ¹²
Semi-diameter (SD)	Setengah diameter sudut piringan benda langit.	Ukuran fisik dan jarak benda langit.	Tergantung acuan (pusat/tepi); jika dari pusat ke tepi atas, menaikkan.	Bulan: $\sim 15'-17'$. Matahari: $\sim 16'$.
Dip Horizon (D)	Sudut antara horizon geometris dan horizon tampak akibat ketinggian pengamat.	Ketinggian pengamat di atas permukaan laut.	Menaikkan (relatif terhadap horizon tampak yang lebih rendah)	Beberapa menit busur, tergantung ketinggian tempat. ¹²

Tabel ini menyederhanakan konsep-konsep yang kompleks, memungkinkan pemahaman yang lebih baik mengenai kontribusi masing-masing faktor sebelum menganalisis interaksi mereka secara keseluruhan.

5. Analisis Komparatif: Ketinggian Geosentris versus Toposentris

Setelah memahami konsep dasar dan berbagai koreksi yang terlibat, kita dapat menganalisis secara lebih mendalam hubungan antara ketinggian geosentris (h_{geo}) dan ketinggian toposentris (h_{topo}). Pertanyaan sentral yang ingin dijawab adalah: **apakah h_{geo} selalu lebih besar dari h_{topo} ?**

Dari pembahasan sebelumnya, hubungan matematis antara kedua ketinggian tersebut (dengan mengabaikan SD untuk perbandingan pusat-ke-pusat dan mengasumsikan D sebagai nilai absolut yang ditambahkan) dapat dirangkum sebagai:

$$h_{topo} \approx h_{geo} - P + D + R$$

Mari kita analisis efek masing-masing komponen:

- **Efek Paralaks (P):** Paralaks selalu menyebabkan benda langit tampak lebih rendah dari posisi geosentrisnya. Artinya, jika hanya memperhitungkan paralaks, maka $h_{geo} > (h_{geo} - P)$.¹⁰ Ini adalah argumen utama yang seringkali mendasari anggapan bahwa h_{geo} selalu lebih besar dari h_{topo} .
- **Efek Dip Horizon (D):** Dip horizon menyebabkan horizon tampak lebih rendah, sehingga benda langit tampak memiliki ketinggian yang lebih besar relatif terhadap horizon tampak tersebut. Efeknya adalah menambah ketinggian tampak. Jadi, $(h_{geo} - P) < (h_{geo} - P + D)$.
- **Efek Refraksi Atmosfer (R):** Refraksi selalu menyebabkan benda langit tampak lebih tinggi dari posisi geometrisnya (setelah dikoreksi paralaks dan dip). Jadi, $(h_{geo} - P + D) < (h_{geo} - P + D + R)$.¹²

Dengan demikian, apakah h_{geo} lebih besar dari h_{topo} bergantung pada perbandingan antara magnitudo P dan jumlah dari D+R.

Diskusi Mendalam:

1. Untuk Bulan di Dekat Horizon:

- Paralaks (P) untuk Bulan bisa sangat signifikan, mencapai sekitar 50 hingga 60 menit busur.¹²
- Refraksi (R) di horizon adalah sekitar 34 hingga 35 menit busur.¹²
- Dip (D) biasanya hanya beberapa menit busur, kecuali pengamat berada di lokasi yang sangat tinggi. Misalkan $D = 5$ menit busur.
- Dalam kasus ini, $P \approx 55'$. Sementara itu, $D + R \approx 5' + 34' = 39'$.
- Karena $P > (D + R)$, maka nilai $-(P) + D + R$ akan negatif (misalnya, $-55' + 39' = -16'$).
- Sehingga, $h_{topo} \approx h_{geo} - 16'$. Ini berarti $h_{topo} < h_{geo}$ untuk Bulan di dekat horizon.
- Beberapa sumber secara eksplisit menyatakan bahwa karena koreksi paralaks dikurangkan dari ketinggian geosentris untuk mendapatkan ketinggian toposentris, ini mengimplikasikan bahwa h_{geo} umumnya lebih besar dari h_{topo} untuk Bulan.²⁰ Contoh perhitungan dalam ¹⁹ untuk Rajab 1444 H juga menunjukkan hasil di mana Tinggi Hilal Hakiki (geosentris) adalah $8^{\circ} 39' 27.54''$, sedangkan Tinggi Hilal Mar'i Atas (toposentris) adalah sekitar $8^{\circ} 7'$, yang jelas lebih kecil.

2. Untuk Matahari di Dekat Horizon:

- Paralaks (P) untuk Matahari sangat kecil, kurang dari 0.3 menit busur (sekitar 8.8 detik busur atau $\approx 0.15'$).¹⁰
- Refraksi (R) di horizon tetap sekitar 34 hingga 35 menit busur.
- Dip (D) kita asumsikan sama, sekitar 5 menit busur.

- Dalam kasus ini, $P \approx 0.15'$. Sementara itu, $D+R \approx 5'+34'=39'$.
- Karena $(D+R) > P$, maka nilai $-(P)+D+R$ akan positif (misalnya, $-0.15'+39'=+38.85'$).
- Sehingga, $h_{\text{topo}} \approx h_{\text{geo}} + 38.85'$. Ini berarti $h_{\text{topo}} > h_{\text{geo}}$ untuk Matahari di dekat horizon.

Dari analisis ini, dapat disimpulkan bahwa ketinggian geosentris **tidak selalu** lebih besar dari ketinggian toposentris *final* yang telah memperhitungkan semua koreksi.

- Jika hanya memperhitungkan efek paralaks saja, maka $h_{\text{toposentris_awal}} = h_{\text{geosentris}} - P$, yang berarti $h_{\text{geosentris}} > h_{\text{toposentris_awal}}$. Ini adalah pandangan yang disederhanakan dan seringkali menjadi sumber kesalahpahaman.
- Namun, ketinggian toposentris final (h_{topo}) juga dipengaruhi oleh refraksi (R) yang menaikkan ketinggian, dan dip (D) yang juga menaikkan ketinggian tampak.
- Oleh karena itu, hubungan akhirnya adalah $h_{\text{topo}} \approx h_{\text{geosentris}} - P + D + R$.
 - Jika $P > D + R$ (umumnya untuk Bulan), maka $h_{\text{topo}} < h_{\text{geosentris}}$.
 - Jika $D + R > P$ (umumnya untuk Matahari), maka $h_{\text{topo}} > h_{\text{geosentris}}$.

Kesalahpahaman umum bahwa h_{geo} selalu lebih besar mungkin timbul karena fokus yang berlebihan pada efek paralaks Bulan yang memang dominan dan mengurangi ketinggian. Namun, analisis yang cermat untuk objek lain seperti Matahari, atau bahkan untuk Bulan pada ketinggian yang lebih tinggi (di mana R berkurang signifikan namun P juga berkurang), menunjukkan bahwa generalisasi tersebut tidak tepat. Pentingnya efek refraksi yang "mengangkat" posisi benda langit tidak boleh diabaikan.

Implikasi praktis dari pemahaman ini sangat signifikan. Dalam kriteria visibilitas hilal yang menggunakan parameter ketinggian, seperti Neo MABIMS yang mensyaratkan tinggi hilal minimal 3° secara toposentris³, menjadi sangat penting untuk memastikan bahwa perhitungan toposentris telah dilakukan dengan benar dan memperhitungkan semua koreksi. Perbedaan antara h_{geo} dan h_{topo} untuk Bulan bisa mencapai hampir satu derajat atau lebih karena kombinasi efek-efek ini, yang tentu saja dapat mempengaruhi apakah suatu hilal dianggap memenuhi kriteria atau tidak.

6. Studi Kasus dan Aplikasi Praktis

Untuk memberikan ilustrasi konkret mengenai perbedaan antara perhitungan ketinggian geosentris dan toposentris, serta bagaimana interaksi berbagai koreksi mempengaruhi hasil akhir, akan disajikan contoh perhitungan hipotetis untuk hilal dan Matahari.

Data Asumsi untuk Studi Kasus:

- Lokasi Pengamat: Lintang (ϕ) = 6° LS, Bujur (λ) = 106° BT, Ketinggian tempat (T_t) = 100 meter di atas permukaan laut.
- Waktu Pengamatan: Saat Matahari terbenam.

Langkah-langkah Perhitungan Umum (disederhanakan untuk ilustrasi):

1. Hitung Ketinggian Geosentris (h_{geo}):
Diperoleh dari data ephemeris dan rumus trigonometri bola:
$$\sin h_{geo} = \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos t$$
 - Misal untuk Hilal: $h_{geo}, \text{Bulan} = 2.50^\circ$
 - Misal untuk Matahari (tepat saat terbenam, pusatnya): $h_{geo}, \text{Matahari} = -0.833^\circ$ (nilai teoretis sebelum efek atmosfer, di mana 0.833° adalah jumlah semi-diameter dan paralaks horizontal Matahari, yang menyebabkan pusat Matahari sudah di bawah ufuk geometris saat piringan atasnya menyentuh ufuk). Namun, untuk perbandingan efek, kita bisa asumsikan $h_{geo}, \text{Matahari}$ tepat 0° untuk melihat dampak koreksi. Demi kemudahan perbandingan, kita akan gunakan $h_{geo}, \text{Matahari} = 0.50^\circ$ (sedikit di atas ufuk geometris).
2. Hitung Koreksi Paralaks (P):
$$P \approx HP \times \cos(h_{geo})$$
 - HP Bulan $\approx 57'$; HP Matahari $\approx 0.15'$
 - $P_{\text{Bulan}} = 57' \times \cos(2.50^\circ) \approx 56.95' \approx 0.949^\circ$
 - $P_{\text{Matahari}} = 0.15' \times \cos(0.50^\circ) \approx 0.15' \approx 0.0025^\circ$
3. **Hitung Ketinggian setelah Koreksi Paralaks ($h_1 = h_{geo} - P$):**
 - $h_1, \text{Bulan} = 2.50^\circ - 0.949^\circ = 1.551^\circ$
 - $h_1, \text{Matahari} = 0.50^\circ - 0.0025^\circ = 0.4975^\circ$
4. Hitung Koreksi Dip Horizon (D):
$$D \approx 0.0293 \times T_{\text{t meter}}$$
 - $D = 0.0293 \times 100 = 0.0293 \times 10 = 0.293^\circ \approx 17.58'$
5. **Hitung Ketinggian setelah Koreksi Paralaks dan Dip ($h_2 = h_1 + D$):**
 - $h_2, \text{Bulan} = 1.551^\circ + 0.293^\circ = 1.844^\circ$
 - $h_2, \text{Matahari} = 0.4975^\circ + 0.293^\circ = 0.7905^\circ$
6. Hitung Koreksi Refraksi Atmosfer (R):
Menggunakan rumus $R \approx 0.0167 / \tan(h_2 + 7.31 / (h_2 + 4.4))$ (hasil dalam derajat jika h_2 dalam derajat).
Untuk h_2 yang rendah, $R \approx 0.567^\circ$ (sekitar $34'$).
 - R_{Bulan} (berdasarkan $h_2, \text{Bulan} = 1.844^\circ$): R akan sedikit lebih kecil dari $34'$, misal $\approx 0.45^\circ$ ($27'$).

- R_{Matahari} (berdasarkan $h_2, \text{Matahari} = 0.7905^\circ$): R akan mendekati $34'$, misal $\approx 0.53^\circ$ ($31.8'$).

7. Hitung Ketinggian Toposentris Final ($h_{\text{topo}} = h_2 + R$):

- $h_{\text{topo}, \text{Bulan}} = 1.844^\circ + 0.45^\circ = 2.294^\circ$
- $h_{\text{topo}, \text{Matahari}} = 0.7905^\circ + 0.53^\circ = 1.3205^\circ$

Tabel 2: Contoh Perbandingan Perhitungan Ketinggian Hilal dan Matahari: Geosentris vs. Toposentris (Hipotetis)

Parameter	Deskripsi Parameter	Nilai untuk Hilal (Contoh)	Nilai untuk Matahari (Contoh)
Ketinggian Geosentris Awal (h_{geo})	Tinggi teoretis dari pusat Bumi	2.500°	0.500°
Koreksi Paralaks (P)	Pergeseran akibat posisi di permukaan Bumi	-0.949°	-0.0025°
Ketinggian setelah P ($h_1 = h_{\text{geo}} - P$)	Tinggi setelah koreksi paralaks	1.551°	0.4975°
Koreksi Dip Horizon (D)	Kenaikan akibat ketinggian tempat pengamat	$+0.293^\circ$	$+0.293^\circ$
Ketinggian setelah P & D ($h_2 = h_1 + D$)	Tinggi setelah koreksi paralaks dan dip	1.844°	0.7905°
Koreksi Refraksi Atmosfer (R)	Kenaikan akibat pembiasan atmosfer	$+0.450^\circ$	$+0.530^\circ$
Ketinggian Toposentris Final (h_{topo})	Tinggi tampak akhir dari permukaan Bumi	2.294°	1.3205°
Perbandingan (h_{topo} vs h_{geo})	Apakah h_{topo} lebih besar dari h_{geo}?	Lebih Kecil	Lebih Besar

Dari Tabel 2, terlihat jelas bahwa untuk contoh hilal, $h_{\text{topo}, \text{Bulan}} (2.294^\circ)$ lebih kecil

dari h_{geo} , Bulan (2.500°). Sebaliknya, untuk contoh Matahari, h_{topo} , Matahari (1.3205°) lebih besar dari h_{geo} , Matahari (0.500°). Studi kasus numerik ini secara konkret mendemonstrasikan bagaimana interaksi berbagai koreksi menghasilkan hasil yang berbeda untuk Bulan dan Matahari, mendukung kesimpulan bahwa ketinggian geosentris tidak selalu lebih besar dari ketinggian toposentris.

Implikasi pada kriteria visibilitas hilal seperti Neo MABIMS (tinggi minimal 3° toposentris)³ sangat nyata. Jika dalam contoh di atas h_{geo} , Bulan adalah 3.2° , maka setelah semua koreksi, h_{topo} , Bulan bisa jadi turun di bawah 3° , yang berpotensi mengubah status pemenuhan kriteria. Ini menekankan pentingnya penggunaan perangkat lunak atau algoritma hisab kontemporer yang akurat, yang telah mengimplementasikan semua koreksi ini dengan benar dan presisi tinggi.⁶ Perhitungan manual yang rumit rentan terhadap kesalahan, sementara sistem komputasi modern dapat menangani kompleksitas ini dengan lebih andal.

7. Kesimpulan

Analisis komprehensif terhadap teknik perhitungan ketinggian hilal dan Matahari secara toposentris dan geosentris telah memberikan jawaban yang jelas terhadap pertanyaan sentral penelitian ini. Berdasarkan pembahasan mendalam mengenai berbagai faktor koreksi yang terlibat, dapat disimpulkan bahwa:

1. **Ketinggian geosentris (h_{geo}) tidak selalu lebih besar dari ketinggian toposentris final (h_{topo}).**
 - o Untuk **Bulan**, terutama ketika berada di dekat horizon, ketinggian toposentris (h_{topo}) umumnya **lebih kecil** dari ketinggian geosentris (h_{geo}). Hal ini disebabkan oleh efek paralaks diurnal (P) yang sangat signifikan untuk Bulan (menurunkan ketinggian tampak) dan nilainya lebih besar daripada gabungan efek refraksi atmosfer (R) dan dip horizon (D) (yang menaikkan ketinggian tampak).
 - o Untuk **Matahari**, terutama ketika berada di dekat horizon, ketinggian toposentris (h_{topo}) umumnya **lebih besar** dari ketinggian geosentris (h_{geo}). Ini terjadi karena efek paralaks diurnal (P) untuk Matahari sangat kecil, sehingga efek refraksi atmosfer (R) yang signifikan (menaikkan ketinggian tampak), ditambah dengan efek dip horizon (D), menjadi dominan.
2. Faktor-faktor kunci yang menentukan hubungan antara h_{geo} dan h_{topo} adalah magnitudo relatif dari:
 - o **Paralaks Diurnal (P):** Sangat bergantung pada jarak benda langit dari Bumi. Besar untuk Bulan, kecil untuk Matahari. Efeknya menurunkan ketinggian tampak.

- **Refraksi Atmosfer (R):** Signifikan untuk semua benda langit di dekat horizon. Efeknya menaikkan ketinggian tampak.
- **Dip Horizon (D):** Bergantung pada ketinggian tempat pengamat. Efeknya menaikkan ketinggian tampak relatif terhadap horizon yang terlihat.

Pemahaman yang akurat mengenai perbedaan antara perhitungan geosentris dan toposentris, serta penerapan koreksi-koreksi yang tepat, adalah fundamental dalam Ilmu Falak. Hal ini tidak hanya penting untuk aplikasi praktis seperti penentuan awal bulan Qamariyah dan waktu-waktu ibadah, tetapi juga untuk menjaga konsistensi dan validitas ilmiah dalam perhitungan astronomis. Jika kriteria visibilitas hilal (seperti Neo MABIMS) merujuk pada ketinggian toposentris³, maka setiap praktisi hisab harus memastikan bahwa semua koreksi (paralaks, refraksi, dip, dan lainnya jika relevan) telah diaplikasikan dengan benar. Kesalahan atau kelalaian dalam menerapkan koreksi ini dapat منجر به perbedaan hasil yang signifikan, yang berpotensi mempengaruhi keputusan terkait ibadah.

Diharapkan analisis yang disajikan dalam laporan ini dapat memberikan kontribusi pada literatur Ilmu Falak berbahasa Indonesia, khususnya dalam memberikan kejelasan mengenai isu teknis yang fundamental ini. Pemahaman yang seragam dan mendalam di kalangan ahli falak mengenai transformasi dari koordinat geosentris ke toposentris akan membantu mengurangi ambiguitas dan potensi perbedaan dalam praktik hisab rukyat, serta memperkuat landasan ilmiah dalam aktivitas keagamaan yang bergantung padanya.

8. Daftar Pustaka

- ³ Jurnal ASTROISLAMICA. (Tanpa Tahun). *Pandangan Tokoh Falak tentang Elongasi pada Penentuan Awal Syawal 1443 H dalam Kriteria Neo MABIMS di Indonesia*. Diakses dari <https://journal.iainhokseumawe.ac.id/index.php/ASTROISLAMICA/article/download/2762/1330/13061>
- ¹⁹ Nafizatuzzahro, N. (2023). *Model Perhitungan Refraksi dan Pengaruhnya Terhadap Hasil Perhitungan Ketinggian Hilal*. Skripsi UIN Sunan Ampel Surabaya. Diakses dari http://digilib.uinsa.ac.id/65667/4/Nida%20Nafizatuzzahro_C96219061.pdf
- ¹⁰ Siranah.de. (Tanpa Tahun). *Notes on the Calculation of Geocentric Parallax*. Diakses dari <https://www.siranah.de/html/sail040p.htm>
- ⁹ Jurnal UCY. (Tanpa Tahun). *Transformasi Koordinat*. Diakses dari https://jurnal.ucy.ac.id/index.php/agama_islam/article/download/2024/1794
- ¹² Jurnal Elfalaky UIN Alauddin. (2022). *Analisis Koreksi-Koreksi Hisab Rukyat*

- dalam Penentuan Tinggi Hilal Mar'i. Diakses dari <https://journal.uin-alauddin.ac.id/index.php/elfalaky/article/view/33478/16117>
- ¹³ Syuhada, N., & Kohar, A. (Tanpa Tahun). *Algoritma Astronomi Bola*. UIN Mataram. Diakses dari <https://fs.uinmataram.ac.id/wp-content/uploads/2023/03/5.-ALGORITMA-ASTRONOMI-BOLA%D9%90.pdf>
 - ⁴ Darling, D. (Tanpa Tahun). *Coordinate*. The Worlds of David Darling. Diakses dari <https://www.daviddarling.info/encyclopedia/C/coordinate.html>
 - ²⁰ Skripsi UIN Malang. (Tanpa Tahun). *Bab 3 Metode Penelitian*. Diakses dari http://etheses.uin-malang.ac.id/2557/6/07210042_Bab_3.pdf
 - ¹ Skripsi UIN Malang. (Tanpa Tahun). *Bab 4 Hasil Penelitian dan Pembahasan*. Diakses dari http://etheses.uin-malang.ac.id/2557/8/07210042_Bab_4.pdf
 - ²² Musyafa', M. A. (2019). *Analisis Kritis terhadap Kriteria Visibilitas Hilal MABIMS dan Relevansinya dengan Hasil Observasi Hilal di Indonesia*. Skripsi UIN Sunan Ampel Surabaya. Diakses dari http://digilib.uinsa.ac.id/64823/1/Muhammad%20Alwi%20Musyafa%27_C76219034%20OK.pdf
 - ⁵ BumiDatar.id. (Tanpa Tahun). *Pusat Koordinat*. Diakses dari <https://bumidatar.id/pusat-koordinat>
 - ⁷ Handal Selaras. (Tanpa Tahun). *Sistem Koordinat*. Diakses dari <https://www.handalselaras.com/sistem-koordinat/>
 - ¹⁸ Skripsi UIN Walisongo. (Tanpa Tahun). *Bab 3 Metode Penelitian*. Diakses dari https://eprints.walisongo.ac.id/1031/4/092111088_Bab3.pdf
 - ¹² Jurnal Elfalaky UIN Alauddin. (2022). *Analisis Koreksi-Koreksi Hisab Rukyat dalam Penentuan Tinggi Hilal Mar'i*.¹²
 - ¹⁴ Repository UIN Malang. (Tanpa Tahun). *Hisab Hakiki Kontemporer*. Diakses dari <http://repository.uin-malang.ac.id/12622/2/12622.pdf>
 - ¹⁶ USNO. (Tanpa Tahun). *Altitude and Azimuth of the Sun or Moon During One Day*. Diakses dari <https://aa.usno.navy.mil/data/AltAz>
 - ²¹ Himastron ITB. (Tanpa Tahun). *Mengenal Paralaks Bintang: Salah Satu Metode untuk Mengukur Langit*. Diakses dari <https://himastronitb.org/article/mengenal-paralaks-bintang:-salah-satu-metode-untuk-mengukur-langit>
 - ¹¹ Zagan, P. (Tanpa Tahun). *Star Charts Documentation*. Diakses dari https://astronomia.zagan.pl/pliki/starCharts-master/docs/star_charts.pdf
 - ⁸ Britannica. (Tanpa Tahun). *Geocentric model*. Diakses dari <https://www.britannica.com/science/geocentric-model>
 - ¹⁵ Tidjma.tn. (Tanpa Tahun). *Geocentric Latitude: A Celestial Perspective from Earth's Heart*. Diakses dari <https://www.tidjma.tn/astro/geocentric--latitude/>

- ¹⁷ Wikipedia. (Tanpa Tahun). *Celestial sphere*. Diakses dari https://en.wikipedia.org/wiki/Celestial_sphere
- ² Skripsi UIN Walisongo. (Tanpa Tahun). *Metode Tsimar al Murid*. Diakses dari <https://eprints.walisongo.ac.id/10757/1/1502046088.pdf>
- ⁶ Skripsi UIN Walisongo. (Tanpa Tahun). *Pengembangan Hisab Taqribi Menjadi Hisab Tahkiki*. Diakses dari <https://eprints.walisongo.ac.id/10754/1/1502046084.pdf>
- ²⁰ Etheses UIN Malang. (Tanpa Tahun). *Analisis Perbandingan Metode Hisab Almanak Nautika dan Ephemeris*. Diakses dari http://etheses.uin-malang.ac.id/2557/6/07210042_Bab_3.pdf (Merujuk pada jawaban AI dari Step 1, yang mengutip sumber ini).
- ¹⁹ Digilib UINSA. (Tanpa Tahun). *Model Perhitungan Refraksi dan Pengaruhnya Terhadap Hasil Perhitungan Ketinggian Hilal*. Diakses dari http://digilib.uinsa.ac.id/65667/4/Nida%20Nafizatuazzahro_C96219061.pdf (Merujuk pada jawaban AI dari Step 1, yang mengutip sumber ini).
- ¹² Jurnal UIN Alauddin. (Tanpa Tahun). *Analisis Koreksi-Koreksi Hisab Rukyat dalam Penentuan Tinggi Hilal Mar'i*. Diakses dari <https://journal.uin-alauddin.ac.id/index.php/elfalaky/article/view/33478/16117> (Merujuk pada jawaban AI dari Step 1, yang mengutip sumber ini).
- ²⁰ Etheses UIN Malang. (Tanpa Tahun). *Analisis Perbandingan Metode Hisab Almanak Nautika dan Ephemeris..*²⁰
- ¹⁰ Siranah.de. (Tanpa Tahun). *Notes on the Calculation of Geocentric Parallax*. Diakses dari <https://www.siranah.de/html/sail040p.htm> (Merujuk pada jawaban AI dari Step 1, yang mengutip sumber ini).
- ¹² Jurnal UIN Alauddin. (Tanpa Tahun). *Analisis Koreksi-Koreksi Hisab Rukyat dalam Penentuan Tinggi Hilal Mar'i..*¹²
- ¹⁹ Digilib UINSA. (Tanpa Tahun). *Model Perhitungan Refraksi dan Pengaruhnya Terhadap Hasil Perhitungan Ketinggian Hilal..*¹⁹
- ¹² Jurnal UIN Alauddin. (Tanpa Tahun). *Analisis Koreksi-Koreksi Hisab Rukyat dalam Penentuan Tinggi Hilal Mar'i..*¹²

Karya yang dikutip

1. BAB IV ANALISIS PERBANDINGAN PENENTUAN KETINGGIAN HILAL PERSPEKTIF ALMANAK NAUTIKA DAN EPHEMERIS 1. Analisis Metode Perhitunga - etheses UIN, diakses Juni 6, 2025, http://etheses.uin-malang.ac.id/2557/8/07210042_Bab_4.pdf
2. ANALISIS METODE HISAB AWAL BULAN KAMARIAH DALAM KITAB TSIMAR AL-MURID SKRIPSI Diajukan untuk - UIN Walisongo, diakses Juni 6, 2025, <https://eprints.walisongo.ac.id/10757/1/1502046088.pdf>

3. ASTROISLAMICA Pandangan Tokoh Falak tentang Elongasi pada ..., diakses Juni 6, 2025,
<https://journal.iainlhokseumawe.ac.id/index.php/ASTROISLAMICA/article/download/2762/1330/13061>
4. www.daviddarling.info, diakses Juni 6, 2025,
<https://www.daviddarling.info/encyclopedia/C/coordinate.html#:~:text=Celestial%20coordinates&text=As%20an%20origin%2C%20geocentric%20coordinates,the%20center%20of%20the%20Sun.>
5. Tata Koordinat Geosentris Bukanlah Bukti Geosentrisme - BumiDatar.id, diakses Juni 6, 2025, <https://bumidatar.id/pusat-koordinat>
6. ANALISIS HISAB AWAL BULAN KAMARIAH DALAM BUKU PENGEMBANGAN HISAB TAQRIBI MENJADI HISAB TAHKIKI KARYA ALI MUSTOFA SKRIPSI Diajukan - UIN Walisongo, diakses Juni 6, 2025,
<https://eprints.walisongo.ac.id/10754/1/1502046084.pdf>
7. SISTEM KOORDINAT - KREASI HANDAL SELARAS, diakses Juni 6, 2025,
<https://www.handalselaras.com/sistem-koordinat/>
8. Geocentric model | Definition, History, & Facts - Britannica, diakses Juni 6, 2025,
<https://www.britannica.com/science/geocentric-model>
9. TRANSFORMASI KOORDINAT BOLA LANGIT KE DALAM SEGITIGA BOLA (EQUATORIAL DAN EKLIPTIKA) DALAM PENENTUAN AWAL WAKTU SALAT - Jurnal Elektronik Universitas Cokroaminoto Yogyakarta, diakses Juni 6, 2025,
https://jurnal.ucy.ac.id/index.php/agama_islam/article/download/2024/1794
10. Notes on the Calculation of Geocentrical Parallax, diakses Juni 6, 2025,
<https://www.siranah.de/html/sail040p.htm>
11. Calculations in Star Charts - Astronomia.zagan.pl, diakses Juni 6, 2025,
https://astronomia.zagan.pl/pliki/starCharts-master/docs/star_charts.pdf
12. FIKIH FALAKIYAH PERSPEKTIF TEORI ASTRONOMI - (Analisis ..., diakses Juni 6, 2025, <https://journal.uin-alauddin.ac.id/index.php/elfalaky/article/view/33478/16117>
13. Nurnadiyah Syuhada, MT Abdul Kohar, MH - FS | UIN Mataram, diakses Juni 6, 2025,
<https://fs.uinmataram.ac.id/wp-content/uploads/2023/03/5.-ALGORITMA-ASTRONOMI-BOLA%D9%90.pdf>
14. Uji Sahih Observasi Hilal Siang Hari dengan Hisab Hakiki Kontemporer Sistem Ephemeris Al-Falakiyah, diakses Juni 6, 2025,
<http://repository.uin-malang.ac.id/12622/2/12622.pdf>
15. Geocentric Latitude - Stellar Astronomy - Simply Explained | Home Page, diakses Juni 6, 2025, <https://www.tidjma.tn/astro/geocentric--latitude/>
16. Altitude and Azimuth of the Sun or Moon During One Day, diakses Juni 6, 2025,
<https://aa.usno.navy.mil/data/AltAz>
17. Celestial sphere - Wikipedia, diakses Juni 6, 2025,
https://en.wikipedia.org/wiki/Celestial_sphere
18. BAB III, diakses Juni 6, 2025,
https://eprints.walisongo.ac.id/1031/4/092111088_Bab3.pdf
19. MODEL PERHITUNGAN REFRAKSI DAN PENGARUHNYA ..., diakses Juni 6, 2025,
http://digilib.uinsa.ac.id/65667/4/Nida%20Nafizatuazzahro_C96219061.pdf

20. BAB III SISTEM PERHITUNGAN AL-MANAK NAUTIKA ... - ettheses UIN, diakses Juni 6, 2025, http://etheses.uin-malang.ac.id/2557/6/07210042_Bab_3.pdf
21. Mengenal Paralaks Bintang: Salah Satu Metode untuk Mengukur Langit - HIMASTRON ITB, diakses Juni 6, 2025, <https://himastronitb.org/article/mengenal-paralaks-bintang:-salah-satu-metode-untuk-mengukur-langit>
22. PENGARUH POSISI PERIGEE DAN APOGEE BULAN TERHADAP VISIBILITAS HILAL SKRIPSI Oleh Muhammad Alwi Musyafa NIM. C76219034 Universita - Digilib UIN Sunan Ampel Surabaya, diakses Juni 6, 2025, http://digilib.uinsa.ac.id/64823/1/Muhammad%20Alwi%20Musyafa%27_C76219034%20OK.pdf